සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது
All Rights Reserved

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
மேல் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Department of Education - Western Province

තෙවන වාර පරීක්ෂණය
மூன்றாம் தவணைப் பரீட்சை - 2026
Third Term Test

ශ්‍රේණිය / தரம் / Grade: 13	විෂයය / பாடம் / Subject: இணைந்த கணிதம்	පත්‍රය / வினாத்தாள் / Paper: I	පැය / மணித்தியாலம் / Hours: 3

அறிவுறுத்தல்கள்:

- இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 10), **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளை கொண்டது.
- **பகுதி A :**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்குமுரிய உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனில், நீர் மேலதிக தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- **பகுதி B :**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளைத் தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** இன் விடைத்தாளானது **பகுதி B** இன் விடைத்தாளுக்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக, இரு பகுதிகளையும் இணைத்து பரீட்சை மண்ட மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க
- வினாத்தாளின் **பகுதி B** ஐ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(10) இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
மொத்தம்		

மொத்தம்	
இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

பகுதி - A

1. கணிதத் தொகுத்தறிவு முறையைப் பயன்படுத்தி $\sum_{r=1}^{n}(n+r)=\dfrac{n(3n+1)}{2}$ எனக் காட்டுக. இங்கு எல்லா $n \in \mathbb{Z}^{+}$.

2. $y=3-|x|$, $y=|x-1|$ ஆகிய வரைபுகளை ஒரே வரைபடத்தில் பரும்படியாக வரைக. இதிலிருந்து $|x|+|x-2|\leq 6$ ஆகவுள்ள x இன் மெய் எண் தீர்வுகளைக் காண்க.

3. $z \neq -1$ ஆக இருக்க ஓர் ஆகன் வரிப்படத்தில் $\text{Arg}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)=\frac{\pi}{2}$; ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கல் எண் z ஐ வகை குறிக்கும் புள்ளி C இன் ஒழுக்கை பரும்படியாக வரைக. இதிலிருந்து C இல் உள்ள சிக்கல் எண் $|z+2026i|$ ஆகவுள்ள z இன் x இன் உயர்வுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. $\left(\frac{x+1}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{x-1}{x-x^{\frac{1}{2}}}\right)^{10}$ இன் ஈருறுப்பு விரிவில் x ஐ சாராத உறுப்பு 210 எனக் காட்டுக.

5. $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{(\pi x^2-1)^4-\cos 2x}{\sin^2(\pi x)}\right)=\dfrac{2(1-2\pi)}{\pi^2}$; எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. $y=\dfrac{\cos x-\sin x}{2+\sin 2x}$, $y=0$, $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{4}$ இனால் அடைக்கப்படும் பகுதியின் பரப்பளவு $\left(a-\dfrac{\pi}{4}\right)$ எனக் காட்டுக.

இங்கு a ஓர் மாறிலி ஆகும். இதிலிருந்து $y=\sqrt{\dfrac{\cos x-\sin x}{2+\sin 2x}}$, $y=0$, $x=0$, $x-\dfrac{\pi}{4}$ இனால் ஆக்கப்படும் பகுதியானது x அச்சு பற்றி 2π ஆரையினால் சுழற்றும்போது பெறப்படும் திண்மத்தின் கனவளவைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

7. $x=\theta+\cos^2\theta$, $y=\sin\theta$ ஆகியவற்றினால் பரிமாண முறையாகத் தரப்படும் வளையி எனக் கொள்வோம். $\frac{dy}{dx}$ ஐ θ ல் காண்க. இங்கு $0\leq\theta<\frac{\pi}{2}$ இதிலிருந்து $\theta=\frac{\pi}{4}$ இல் வரையப்படும் தொடலியின் படித்திறனைக் காண்க.

8. $L_1\equiv 3x+11y-3=0$, $L_2\equiv 12x+5y+1=0$ உம் L_1, L_2, L_3 என்பன புள்ளி A யின் இடைவெட்டுகின்றன எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. L_2, L_3 என்பன L_1 உடன் சமனான கோணத்தை ஆக்கும் எனில், A யின் ஆள்கூறுகளைக் காணாமல் L_3 இன் சமன்பாட்டை எழுதுக.

9. வட்டம் ஒன்று அதன் மையத்தை x அச்சில் உள்ளதும் (4, 5) இதனூடாகசெல்வதும் 5 அலகுகள் ஆரையையும் உடையதாகும். இவ்வாறு இரண்டு வட்டங்கள் உள்ளது எனக் காட்டுக. இவ்விரு வட்டங்களினதும் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இவ்விரு வட்டங்களினதும் பொதுவான நாண் அச்சுக்களுடன் ஆக்கும் முக்கோணியின் பரப்பளவு $\frac{81}{2}$ சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கு, $T(x) \equiv \cos x(\cos x + \sqrt{3}\sin x)$ எனக் கொள்வோம். $T(x) \equiv a + b.\cos(2x - \alpha)$ ஆக இருக்குமாறு $a, b, \alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. இதிலிருந்து $y = T(x)$ ஐ $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ என்ற ஆயிடையில் வரைக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது
All Rights Reserved

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
மேல் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Department of Education - Western Province

තෙවන වාර පරීක්ෂණය
மூன்றாம் தவணைப் பரீட்சை - 2026
Third Term Test

ශ්‍රේණිය / தரம் / Grade } 13	විෂයය / பாடம் / Subject } இணைந்த கணிதம்	පත්‍රය / வினாத்தாள் / Paper } I	පැය / மணித்தியாலம் / Hours } 3

பகுதி - B

▸ ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (a) $ax^2+bx+c=0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவை எனத் தரப்பட்டுள்ளது. இங்கு $a, b, c \in \mathbb{R}, a\neq 0$ ஆகும். இச் சமன்பாட்டை தீர்க்காமல் $\Delta\geq 0$ எனக காட்டுக.

$f(x)=(x^2+4x-5)+k(1+(k-1)x-kx^2)$ எனக் கொள்வோம். இங்கு $k\in\mathbb{R}-\{-1,1\}$, $f(x)=0$ இன் மூலங்கள் மெய் எனக் காட்டி, இச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் இரண்டும் மறையாக இருக்காது எனக் காட்டுக.

அத்துடன் $k\in\mathbb{Q}$ ஆக, $f(x)=0$ மூலங்களுக்கிடையேயான வித்தியாசம் 1 ஆக உள்ள போது k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(b) $f(x)$ என்பது 3 ஆம் படியிலுள்ள ஓர் பல்லறுப்பு ஆகும். $f(x)$ இன் ஒரு காரணி $3x+2$ உம், $f(x)$ ஐ x^2+x+1 ஆல் வகுக்கும்போது மீதி $3x+2$ உம் ஆகும். என தரப்பட்டுள்ளது. $f(x)$ ஐக் காண்க.

$f(x-1)$ ஐ தீர்க்க.

12. (a) ஒரு வியாபாரி ஒவ்வொரு பையிலும் 3 மாம்பழங்களையும், 3 அன்னாசிப் பழங்களையும் கொண்ட இரண்டு பைகளை வைத்திருக்கின்றார். இப் பைகளினுல் இருந்து 6 பழங்களைக் கொண்ட பழக்கூடை ஒன்றை இவர் தயாரிக்க வேண்டி உள்ளது. இந்தப் பழக் கூடையில் இரண்டுக்கு மேற்பட்ட அன்னாசிப்பழங்கள் இருக்கக் கூடாது,

(i) ஒரு பையில் இருந்து இரட்டை எண்ணாக பழங்களை எடுப்பதன் மூலம் உருவாக்கக் கூடிய பழக் கூடைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. (வெவ்வேறான முறையில்)

(ii) பழக்கூடையில் ஒரு அன்னாசிப்பழம் மட்டும் இருக்கக்கூடியதாக வெவ்வேறான முறையில் உருவாக்கக் கூடிய பழக்கூடைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(b) அனைத்து $x\in\mathbb{R}$ இற்கும்,

$A(x^2+x+1)+B(x^2-x+1)\equiv x^2+3x+1$ ஆக இருக்கத்தக்க A, B யின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$\frac{5}{1^4+1^2+1}\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{11}{2^4+2^2+1}\left(\frac{1}{4}\right)+\frac{19}{3^4+3^2+1}\left(\frac{1}{8}\right)+\cdots$ என்ற தொடரின் r ஆம் உறுப்பு U_r ; $r\in\mathbb{Z}^+$ ஐ எழுதுக.

$U_r = f(r-1) - f(r)$ ஆகுமாறு $f(r)$ ஐ எழுதி $\sum_{r=1}^{n} U_r = 1 - \frac{1}{(n^2+n+1).2^n}$; எனக் காட்டுக. இங்கு $n \in \mathbb{Z}^+$ அத்துடன் $\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ ஒடுங்கும் எனக் காட்டி, அதன் பெறுமானத்தைக் காண்க. இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^{\infty}\left(\frac{2^r.r^4+(2^r+1).r^2+2^r+3r+1}{2^r.(r^4+r^2+1)}\right)$ ஐ உய்த்தறிய.

13. (a) $A=\begin{pmatrix} a & 1 & 3 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & b \\ b & -1 & 0 \end{pmatrix}$ மற்றும் $C=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ எனக் கொள்க. இங்கு $a, b \in \mathbb{Z}$

$AB^T = C$ ஆகுமாறு *a, b* இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

a, b பெறுமானங்களுக்கு $B^T A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & -5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ எனக் காட்டுக.

அத்துடன், $A^2 + 2I = CD$ ஆகுமாறு தாயம் D ஐக் காண்க. இங்கு I ஆனது வரிசை 2×2 ஐக் கொண்ட அலகுத் தாயம் ஆகும். B^T

(b) ஆகன் வரிப் படமொன்றில், புள்ளி *A, B* ஆனது முறையே $3 + i$, $7 + 4i$ என்ற சிக்கல் எண்களைக் குறித்து நிக்கின்றது. ABCD ஓர் சாய்சதுரமாகும். *A* ஆனது மெய் அச்சிலும் *D* ஆனது கற்பனை அச்சிலும் உள்ளது. $A\hat{D}C = \tan^{-1}\left(\frac{7}{24}\right)$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. எனில், *C, D* எனும் புள்ளிகளின் சிக்கல் எண்களைக் காண்க.

(c) $z = \frac{1}{2}(3-\sqrt{3}i)$ எனக் கொள்வோம். z ஐ $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ எனும் வடிவில் தருக. இங்கு $r\,(r>0)$ உம் $\theta\left(\frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ உம் ஆகும். டீ மோர்கன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக $z^n + \overline{z}^n = 1458$ ஆகுமாறு n ஐக் காண்க. இங்கு $n \in \mathbb{Z}^+$

14. (a) $x \neq -a$ இங்கு $f(x) = \frac{ax+b}{(x+a)^2}; (a, b) \in \mathbb{Z}^+$ ஆகும்.

a யின் பெறுமானங்களுக்கு $y = f(x)$ எனும் வரைபானது $y = 0$ இல் கிடை அணுகு கோட்டைக் கொண்டிருக்கும் எனக் காட்டுக.

$y = f(x)$ எனும் வரைபானது $x = -2$ இல் நிலைக்குத்து அணுகு கோட்டைக் கொண்டிருப்பின், a இன் பெறுமானத்தை காண்க.

$y = f(x)$ இன் திரும்பற்புள்ளி $A \equiv (-1, a-1)$ எனின் $b = 3$ எனக் காட்டுக.

$f(x)$ இன் பெறுதி $f'(x)$ எனில், $x \neq -a$ இற்கு $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x+a)^3}$ எனக் காட்டுக.

$f(x)$ ஆனது குறைந்து செல்லும் ஆயிடையையும் அதிகரித்து செல்லும் ஆயிடையையும் காண்க. $f''(x) = \frac{2(2x+1)}{(x+a)^4}$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

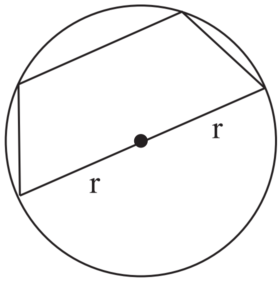
இதிலிருந்து, $f(x)$ இன் குவிவு கீழ்நோக்கி, குவிவு மேல்நோக்கிய ஆயிடைகளைக் காண்க.

$y = f(x)$ இன் விபத்திப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

$y = f(x)$ இன் திரும்பற்புள்ளி, அணுகுகோடுகள் விபத்திப் புள்ளிகளைக் காட்டி வரைபை வரைக.

(b) தரப்பட்ட உருவில் வட்ட நாற்பக்கலாக ஒரு சரிவகம் தரப்பட்டுள்ளது.

இச் சரிவகத்தின் ஒரு சமாந்தரப்பக்கமானது அவ்வட்டத்தின் விட்டம் ஆகும். வட்டத்தின் ஆரை r ஆகும். இச்சரிவகத்தின் பரப்பளவு உயர்வாக இருக்குமாறு சரிவகத்தின் அளவீடுகளைக் காண்க.



15. (a) $x \in \mathbb{R}$,

$Ax(3x^2+4)-(Bx+C)(3x-1)^2 \equiv 15x^2+5x+1$ ஆகுமாறு A, B, C இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$\mathrm{I}(x) = \dfrac{15x^2+5x+1}{(3x-1)^2(3x^2+4)}$ இங்கு $x \neq \dfrac{1}{3}$ எனக் கொள்வோம்.

$\mathrm{I}(x)$ ஐ பகுதிப்பின்னமாக எழுதி $\int \mathrm{I}(x).dx$ ஐ காண்க.

(b) $I_n = \int x^n.(Inx)^2.dx$ எனக் கொள்வோம். இங்கு $n \in \mathbb{Q}$ பகுதியாக தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி, $I_n = x^{n+1}\left(\dfrac{[f(x)]^k}{n+1} + \dfrac{[f(x)]^{k-1}}{(n+1)^2} + \dfrac{2[f(x)]^{k-2}}{n(n+1)3}\right) + C$ க்கு $n \neq -1$ எனக் காட்டுக.

இங்கு k ஓர் நேர் நிறை எண் ஆகும். $f(x)$ ஆனது x இலுள்ள ஒரு சார்பும் C எனது ஒரு மாறிலியும் ஆகும்.

இதிலிருந்து $\int_1^e \sqrt{x}(\ln x)^2.dx = \dfrac{2}{27}(9\sqrt{e^3}-8)$ என உய்த்தறிக.

(c) $I = \displaystyle\int_0^\pi \frac{x.\sin x}{1+\cos^2 x}.dx$ எனக் கொள்வோம்.

$I = \displaystyle\int_0^a f(x).dx = \int_0^a f(a+b-x).dx$ இங்கு $a > 0$ ஐ பயன்படுத்தி அல்லது வேறுவிதமாக

$I = \dfrac{\pi}{2}\displaystyle\int_0^\pi \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}.dx$ எனக் காட்டி, $\displaystyle\int_0^\pi \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}.dx = \frac{\pi^2}{4}$; என உய்த்தறிக.

16. $A \equiv \left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}, \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\right)$ எனக் கொள்வோம். L எனும் நேர்கோடு புள்ளி A யினூடாகச் செல்வதுடன் அது $2+\sqrt{2}$ எனும் வெட்டுத் துண்டையும் கொண்டுள்ளது.

சிறிய ஆரையைக் கொண்ட வட்டம் S ஆனது ஆள்கூற்று அச்சுக்களைத் தொட்டுச் செல்வதோடு $L=0$ எனும் கோட்டையும் தொட்டுச் செல்கின்றது. வட்டம் S ஆனது $x^2+y^2+\lambda x+\lambda y+1=0$ எனில் λ ஐக் காண்க.

B ஆனது அவ்வட்டத்தில் உற்பத்தி O இற்கு அருகிலுள்ள புள்ளி எனின், B யின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக. அச்சுகளுக்கு சமாந்தரமான வட்டத்தின் ஆரையை இருகூறிடுமாறு மாறுள்ள B யினூடாகச் செல்கின்ற நேர்கோட்டுச் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

இக்கோடுகலால் $L=0$ உடன் ஆக்கும் கோணம் $\tan^{-1}\left(2\sqrt{2}-1\right)$ எனக் காட்டுக.

$S=0$ எனும் வட்டத்தை வெட்டிச் செல்வதும் x அச்சில் மையத்தைக் கொண்டதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

17. (a) $\sin\theta$ ஐ $\sin 3\theta$ இல் எழுதி $\cos 3\theta \equiv 4\cos^3\theta - 3\cos^3\theta$ என்பதையும் பெறுக.

$\sin 20^0.\sin 40^0.\sin 60^0.\sin 80^0 + \cos 20^0.\cos 40^0.\cos 60^0.\cos 80^0 = \dfrac{1}{4}$ என்பதை உய்த்தறிக.

(b) முக்கோணி ABC இல் வழமையான குறியீடுகளுடன் $\cos A.\cos B + \sin A.\sin B.\sin C = 1$ எனக் தரப்பட்டுள்ளது.

$\dfrac{1-\cos A.\cos B}{\sin A.\sin B} \le 1$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து A = B என உய்த்தறிக.

a : b : c = 1 : 1 : k ஆக உள்ள k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. இங்கு k ஓர் விகிதமுறா எண் ஆகும்.

(c) (i) $\tan^{-1}(A) - \tan^{-1}(B) \equiv \tan^{-1}\left(\dfrac{A-B}{1+AB}\right)$; எனக் காட்டுக.

(ii) $\dfrac{3\sin 2\theta}{5+4\cos 2\theta} \equiv \dfrac{2\left(\dfrac{\tan\theta}{3}\right)}{1+\left(\dfrac{\tan\theta}{3}\right)^2}$; எனக் காட்டி,

மேலே (i), (ii) இன் முடிவுகளைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறுமுறையில்,

$\theta = \tan^{-1}(2\tan^2\theta) - \dfrac{1}{2}\sin^{-1}\left(\dfrac{3\sin 2\theta}{5+4\cos 2\theta}\right)$; ஐத் தீர்க்க.