සියලුම හිමිකම් ඇවිරිණි
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது
All Rights Reserved

බස්නාහිර පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව
மேல் மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம்
Department of Education - Western Province

තෙවන වාර පරීක්ෂණය
மூன்றாம் தவணைப் பரீட்சை **- 2026**
Third Term Test

ශ්‍රේණිය / தரம் / **Grade** } 13	විෂයය / பாடம் / **Subject** } සංයුක්ත ගණිතය	පත්‍රය / வினாத்தாள் / **Paper** } I	පැය / மணித்தியாலம் / **Hours** } 3

උපදෙස්:

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
- **A කොටස:** (ප්‍රශ්න 1-10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 -17)
- **A කොටස:**
  සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකි ය.
- **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු සොයා සපයා ඇති කඩදාසිවල ලිය-න්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය ඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	**1**	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	**11**	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
එකතුව		

එකතුව	
ඉලක්කමෙන්	
අකුරෙන්	

A කොටස

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ $\sum_{r=1}^{n}(n+r)=\frac{n(3n+1)}{2}$ බව සාධනය කරන්න.

2. එකම රූප සටහනක $y=3-|x|$ හා $y=|x-1|$ ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න. **ඒ නයින්,** $|x|+|x-2|\leq 6$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්ත්වික අගයයන් සොයන්න.

3. ආර්ගන්ඩ් සටහනක් මත $z \neq 1$ සඳහා $\text{Arg}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$; සමීකරණය සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව මගින් නිරූපණය කරනු ලබන ලක්ෂ්‍යයේ පථය වන C හි දළ සටහනක් අඳින්න. **ඒ නයින්,** C මත පිහිටි z සඳහා $|z+2026i|$ හි වැඩිතම අගය ලියා දක්වන්න.

....

4. $\left(\frac{x+1}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1} - \frac{x-1}{x - x^{\frac{1}{2}}}\right)$ හි ප්‍රසාරණයේ x වලින් ස්වායත්ත පදය 210 බව පෙන්වන්න.

....

5. $\lim_{x \to 0}\left(\dfrac{(\pi x^2 - 1)^4 - \cos 2\pi}{\sin^2(\pi x)}\right) = \dfrac{2(1-2\pi)}{\pi^2}$; බව පෙන්වන්න.

6. $y = \dfrac{\cos x - \sin x}{2 + \sin 2x}$, $y = 0$, $x = 0$ හා $x = \dfrac{\pi}{4}$ වක්‍ර මගින් අවෘත S පෙදෙසේ වර්ගඵලය $\left(a - \dfrac{\pi}{4}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a යනු නීර්ණය කළ යුතු තාත්වික නියතයකි.

ඒ නයින්, $y = \sqrt{\dfrac{\cos x - \sin x}{2 + \sin 2x}}$, $y = 0$, $x = 0$ හා $x - \dfrac{\pi}{4}$ වක්‍ර මගින් ආවෘත පෙදෙස x අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කළ විට ජනනය වන ඝන වස්තුවේ පරිමාව **අපෝහනය** කරන්න.

7. $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ සඳහා $x = \theta + \cos^2\theta$ හා $y = \sin\theta$ යන පරාමිතික සමීක්ෂණ මගින් C වක්‍රයක් ලබාදේ. $\dfrac{dy}{dx}$; θ ඇසුරින් සොයන්න. එනයින්, $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ ලක්ෂයේදී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ෂකයේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

8. $L_1 \equiv 3x + 11y - 3 = 0$ හා $L_2 \equiv 12x + 5y + 1 = 0$ යැයි ගනිමු. $L_1, L_2,$ හා L_3 සරල රේඛා A ලක්‍ෂයක දී සංගාමී වන බවත්, L_2 හා L_3 සරල රේඛා L රේඛාවට සමාන ආනතීන් දරණ බවත් දී ඇත්නම්, A හි ඛණ්ඩාංක ප්‍රකාශිතව **නොසොයා** L_3 සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

9. කේන්ද්‍රය $y = x$ රේඛාව මත පිහිටි, අරය ඒකක 5ක් වූ වෘත්තයක්, (4,5) ලක්ෂ්‍ය හරහා ගමන් කරයි. මෙවැනි වෘත්ත දෙකක් තිබිය හැකි බව පෙන්වා, ඒවායේ සමීකරණ සොයන්න. තවද මෙම වෘත්තයන්ගේ පොදු ජ්‍යාය ඛණ්ඩාංක අක්ෂ සමග සාදන ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\frac{81}{2}$ ක් බව පෙන්වන්න.

10. සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා, $T(x) \equiv \cos x(\cos + \sqrt{3}\sin x)$ යැයි ගනිමු. $T(x)$ යන්න, $T(x) \equiv a + b.\cos(2x - \alpha)$ වන පරිදි a,b හා $\alpha\left(0 < \alpha > \frac{\pi}{2}\right)$ නියත සොයන්න. **ඒ නයින්,** $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ වසම තුළ $y = T(x)$ හි දළ ප්‍රස්ථාරය අඳින්න.

B කොටස

11. (a) $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ වන පරිදි වූ $ax^2+bx+c=0$ වර්ගජ සමීකරණයෙහි මූල තාත්ත්වික බව දී ඇත්නම්, සමීකරණය විසඳීමකින් තොරව $b^2 \geq 4ac$ බව පෙන්වන්න. $\kappa \in \mathbb{R}-\{-1,1\}$ සඳහා,

දැන්, $f(x)=(x^2+4x-5)+\kappa(1+(\kappa-1)x-\kappa x^2)$ යැයි ගනිමු. $f(x)=0$ මගින් දෙනු ලබන වර්ගජ සමීකරණයේ මූල තාත්ත්වික බව පෙන්වා.

$f(x)=0$ වර්ගජ සමීකරණයෙහි මූල යුගලයම කිසිම විටෙක සෘණ විය **නොහැකි** බව පෙන්වන්න.

තව දුරටත් $\kappa \in \mathbb{Q}$ වන විට $f(x)=0$ මූලවල අන්තරය 1 වන පරිදි k හි අගය සොයන්න.

(b) f යනු මාත්‍රය 3 වූ බහුපද ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. $3x + 2$ යන්න, $f(x)$ හි සාධකයක් බවත්, $f(x)$ යන්න $x^2 + x + 1$ න් බෙදූවිට ශේෂය $3x + 2$ බවත් දී තිබේ. f ශ්‍රිතය මත 1 හි ප්‍රතිබිම්බය -10 වන පරිදි $f(x)$ සොයන්න.

තව දුරටත්, $f(x - 1) = -x$ සමීකරණය විසඳන්න.

12. (a) වෙළෙන්දෙකුට එක ඒකක අඹ තුනක් හා අන්නාසි තුනක් බැගින් අන්තර්ගත මලු දෙකක් අතුරින් පළතුරු හයක් ගෙන පළතුරු වට්ටියක් සැදිය යුතුව තිබේ. මෙම පළතුරු වට්ටියේ වැඩිතරමින් අන්නාසි ගෙඩි දෙකක් අන්තර්ගත විය යුතුමය.

(i) පළතුරු වට්ටියට එක් එක් මල්ලෙන් පළතුරු ඉරට්ටේ ගණනක් තෝරාගත යුතු නම්,

(ii) පළතුරු වට්ටියකට එක අන්නාසි ගෙඩියක් පමණක් තෝරාගත යුතු නම්,

වෙළෙන්දාට සැදිය හැකි එවැනි වෙනස් පළතුරු වට්ටි ගණන සොයන්න.

(b) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා..

$A(x^2+x+1)+B(x^2-x+1) \equiv x^2+3x+1$ වන පරිදි A හා B **නිඛිල** සොයන්න.

$\frac{5}{1^4+1^2+1}\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{11}{2^4+2^2+1}\left(\frac{1}{4}\right)+\frac{19}{3^4+3^2+1}\left(\frac{1}{8}\right)$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය Ur ; $r \in \mathbb{Z}^+$ ලියා දක්වන්න.

$Ur=f(r-1)-f(r)$ වන පරිදි $f(r)$ ලියා දක්වා $\eta \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා,

$\sum_{r=1}^{\eta} Ur = 1-\frac{1}{(n^2+n+1).2^n}$; බව පෙන්වන්න

$\sum_{r=1}^{\infty} Ur$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී වන බව පෙන්වා, එහි ඓක්‍යය ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{\infty}\left(\frac{2^r.r^4+(2^r+1).r^2+2^r+3r+1}{2^r.(r^4+r^2+1)}\right)$ හි අගය **අපෝහනය** කරන්න.

13. (a) $A=\begin{pmatrix} a & 1 & 3 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & b \\ b & -1 & 0 \end{pmatrix}$ හා $C=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු. මෙහි $a, b \in \mathbb{Z}$ වේ

$AB^T = C$ වන පරිදි a හා b අගයන්න.

a හා b හි මෙම අගයයන් සඳහා $B^T A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & -5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $A^2 + 2I = CD$ වන පරිදි D න්‍යාසය සොයන්න.

මෙහි B^T මගින් B හි පෙරලුම් න්‍යාසයද, I මගින් ගණය 2×2 වූ ඒකක න්‍යාසය ද දැක්වේ.

(b) ආර්ගන්ඩ් සටහනක A හා B ලක්ෂ්‍ය මගින් $3 + i$ හා $7 + 4i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කෙරෙයි. ABCD රොම්බසයක් වන පරිදි C ලක්ෂය මත ද පිහිටන බව දී ඇත. $A\hat{D}C = \tan^{-1}\left(\frac{7}{24}\right)$ බව ද දී ඇත්නම්, C හා D ලක්ෂ්‍ය මගින් නිරූපිත සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

(c) $z = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{3}i)$ යැයි ගනිමු. z යන්න, $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $r\,(r > 0)$ හා $\theta\left(\frac{-\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ යනු නිර්ණය කළ යුතු තාත්ත්වික නියත වෙයි. ද මුවාවර් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් හො අන් අයුරකින් හෝ $z^n + \bar{z}^n = 1458$ වන පරිදි n අගයන්න. මෙහි $\eta \in \mathbb{Z}^+$ වේ.

14. (a) $x \neq -a$ සඳහා $f(x) = \frac{ax+b}{(x+a)^2}; (a, b) \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු.

a හි අගය කුමක් වුවත් $y = 0$ හි දී $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයට **තිරස්** ස්පර්ශෝන්මුඛයක් පවතින බව පෙන්වන්න.

$x = -2$ හිදී $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයට **සිරස්** ස්පර්ශෝන්මුඛයක් පවතින බව දී ඇත්නම්,

a හි අගය සොයන්න,

$A \equiv (-1, a-1)$ ලක්ෂ්‍යය $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ **ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යය** බව දී ඇත්නම් $b = 3$ බව පෙන්වන්න. $f(x)$ හි ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $x \neq -a$ සඳහා $f'(x) = \frac{-2(x+1)}{(x+a)^3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

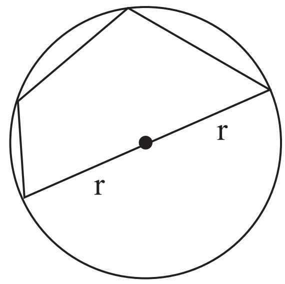
ඒ නයින්, $f(x)$ වැඩිවෙන ප්‍රාන්තරය $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න. $f(x)$ හී දෙවන ව්‍යුත්පන්නය, $f''(x)$ යන්න $x \neq -a$ සඳහා $f''(x) = \frac{2(2x+1)}{(x+a)^4}$ බව දී ඇත.

ඒ නයින්, $f(x)$ අවතල වන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ යටි අවතල වන ප්‍රාන්තරය ලියා දක්වන්න.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංග සොයන්න.

ඛණ්ඩාංක අක්ෂ මත අන්තඃඛණ්ඩ, ස්පර්ශන්මුඛ, ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

(b) යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි,



වෘත්ත චතුරස්‍රාකාර ත්‍රැපීසියමක සමාන්තර එක් පාදයක් විෂ්කම්භයක් සමඟ සමපාත වන පරිදි අරය වු වෘත්තයක් මත අන්තර්ගත කළ යුතුව තිබේ. ත්‍රැපීසියමේ වර්ගඵලය උපරිම වන පරිදි එහි මාන සොයන්න.

15. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා,

$Ax(3x^2+4)-(Bx+C)(3x-1)^2 \equiv 15x^2+5x+1$ වන පරිදි A, B හා C **නිඛිල** අගයන්න.

දැන් $x \neq \frac{1}{3}$ සඳහා, $\mathrm{I}(x)=\frac{15x^2+5x+1}{(3x-1)^2(3x^2+4)}$ යැයි ගනිමු.

I (x) යන්න භින්න භාගවලින් ප්‍රකාශ කර $\int \mathrm{I}(x).dx$ සොයන්න.

(b) $\eta \in \mathbb{Q}$ වන පරිදි,

$In=\int x^n.(Inx)^2.dx$ යැයි ගනිමු.

කොටස් වශයෙන් අනුකලනය **නැවත නැවත භාවිතයෙන්**, $\eta \neq -1$ සඳහා,

$$In=x^{n+1}\left(\frac{[f(x)]^k}{\eta+1}+\frac{[f(x)]^{k-1}}{(\eta+1)^2}+\frac{2[f(x)]^{k-2}}{\eta(\eta+1)3}\right)+C$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි k යනු නිර්ණය කළ යුතු ධන නිඛිලයක් වන අතර, $f(x)$ යනු x ඇසුරෙන් නිර්ණය කළ යුතු ශ්‍රිතයකි.

තවද c යනු දී ඇති තාත්ත්වික නියතයකි.

ඒ නයින්, . $\int_i^e \sqrt{x}(\ln x)^2.dx = \frac{2}{27}(9\sqrt{e^3}-8)$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

(c) $I=\int_o^{\pi}\frac{x.\sin x}{1+\cos^2 x}.dx$ යැයි ගනිමු.

$a>0$ වන පරිදි $I=\int_o^a fx.dx=\int_o^a f(a+b-x).dx$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ,

$I=\frac{\pi}{2}\int_o^{\pi}\frac{\sin x}{1+\cos^2 x}.dx$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\int_o^x \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\ .dx=\frac{\pi^2}{4}$; බව **අපෝහනය** කරන්න.

16. $A \equiv \left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}},\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\right)$ යැයි ගනිමු. ඛණ්ඩාංක අක්ෂ මත $2+\sqrt{2}$ හා අන්තඃඛණ්ඩ සාදමින් A

හරහා ගමන් කරනු ලබන සරල රේඛ L යැයි ගනිමු. ඛණ්ඩාංක අක්ෂ හා L = 0 සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරමින් යන කුඩාතම අරය සහිත වෘත්තය $S \equiv x^2 + y^2 + \lambda x + \lambda y + 1 = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු නිර්ණය කළ යුතු නිබිලයකි.

S වෘත්තය මත පිහිටි 0 මූලයට ආසන්න ලක්ෂ්‍යය B නම්, B හි ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.
B හරහා යමින්, ඛණ්ඩාංක අක්ෂ වලට සමාන්තර අර සමච්ඡේද කරනු ලබන සරල රේඛාවල සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

මෙම සරල රේඛා L = 0 රේඛාවට $\tan^{-1}\left(2\sqrt{2}-1\right)$ ආනතියක් දරන බව පෙන්වන්න.

තවද A හිදී S = 0 වෘත්තය ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරනු ලබන x අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටි වෘත්තය සොයන්න.

17. (a) $\sin\theta$ ඇසුරෙන් $\sin 3\theta$ ලියා දක්වා ඒ නයින්, $\cos 3\theta \equiv 4\cos^3\theta - 3$c බව ලබා ගන්න.
තව දුරටත්, $\sin 20^0.\sin 40^0.\sin 60^0.\sin 80^0 + \cos 20^0.\cos 40^0.\cos 60^0.\cos 80^0 = \frac{1}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\cos A.\cos B + \sin A.\sin B.\sin C = 1$ බව දී තිබේ.

$\frac{1-\cos A.\cos B}{\sin A.\sin B} \le 1$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, A = B බව **අපෝහනය** කරන්න.
තව දුරටත් a : b : c = 1 : 1 : k වන පරිදි k අගයන්න.
මෙහි k යනු තාත්වික අපරිමේය නියතයකි.

(b) (i) $\tan^{-1}(A) - \tan^{-1}(B) \equiv \tan^{-1}\left(\frac{A-B}{1+AB}\right)$; බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{3\sin 2\theta}{5+4\cos 2\theta} \equiv \frac{2\left(\frac{\tan\theta}{3}\right)}{1+\left(\frac{\tan\theta}{3}\right)^2}$; බව පෙන්වන්න.

ඉහත (i) හා (i) හි ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

$\theta = \tan^{-1}(2\tan^2\theta) - \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{3\sin 2\theta}{5+4\cos 2\theta}\right)$; සමීකරණය විසඳන්න.